FUNÇÃO DO 2° GRAU

São As funções que assumem as formas:

$f(x) = ax^2 + bx + c$, $f(x) = ax^2 + bx$ e $f(x) = ax^2$

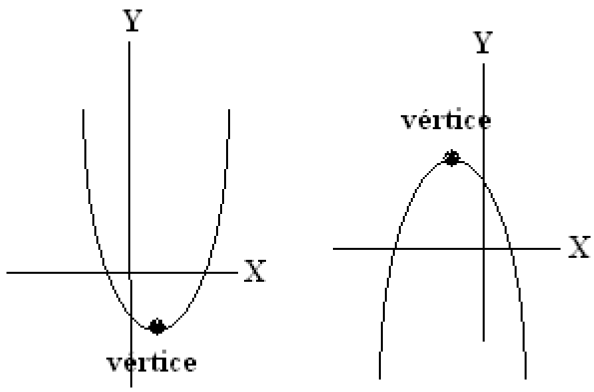
São exemplos de funções do 2° grau :

$f(x) = 2x^2 - 3x + 4$, $f(x) = -5x^2 + 3x$ e $f(x) = 3x^2$

GRÁFICO DA FUNÇÃO DO 2° GRAU

Diferentemente da equação do 1° grau, não será possível se construir um gráfico de equação do 2° grau com apenas dois pontos, pois a equação do 1° grau como você viu é um reta, já o gráfico da equação do 2° grau é uma parábola que pode ser voltada para cima ou para baixo.

Veja no exemplo abaixo o rascunho de duas funções, a 1ª com parábola voltada para cima e a 2ª com parábola voltada para baixo.



Para se construir um gráfico da função do 2° grau é ideal termos pelo menos 5 pontos, e se pegarmos valores aleatórios pode acontecer que você pegue 5 pontos, e eles após colocados no plano não sejam suficientes para formar a parábola.

Veja que nos exemplos acima tem um ponto chamado de vértice, eu prefiro que meus alunos conheçam logo este ponto, pois com ele se torna bem mais fácil construir o gráfico, esse ponto é representado genericamente por (X_v , Y_v) o v é de vértice.

Calculamos X vértice pela fórmula $X_v = -\frac{b}{2a}$

Um gráfico fica melhor representado quando tem o seu vértice

ATENÇÃO: Se X vértice poderá ser número exato ou não.

Sendo exato PEGAREMOS DOIS VALORES ACIMA DO X_V E DOIS VALORES ABAIXO DO X_V. **não sendo exato(veja no 3° exemplo)**, ai você terá que escolher valores próximos do X vértice.sendo dois acima e dois abaixo.

- ✓ Construir o gráfico da função $f(x) = x^2 - 2x + 3$

1° passo é calcular o X vértice através da fórmula dada

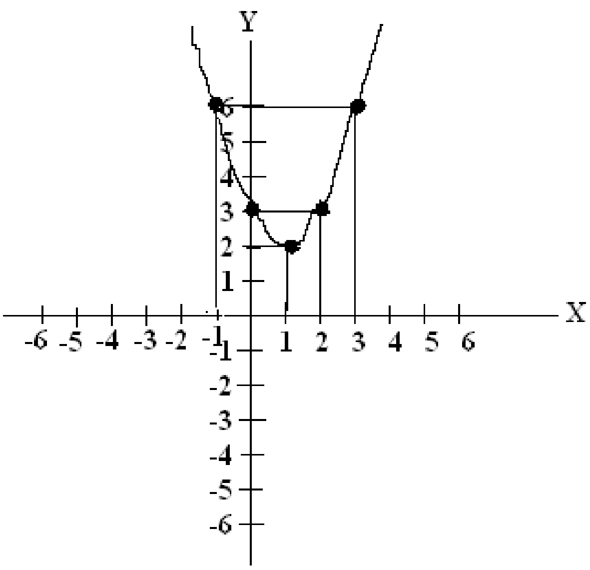
$X_v = -\frac{b}{2a}$ substitui valores de a e b

$X_v = -\frac{(-2)}{2.1}$ resolvendo a divisão **X_v é igual a 1**

Teremos que atribuir pelo menos 5 valores para X, o x vértice nos dar um direcionamento para escolher estes valores, PEGAMOS DOIS VALORES ACIMA DO X_V E DOIS VALORES ABAIXO DO X_V. Assim os valores são **3 , 2**, 1, **0, - 1** .

X	$Y = x^2 - 2x + 3$ substitui x pelos valores dados	Y	Par ordenado
3	$Y = 3^2 - 2 . 3 + 3$ resolve potência e a multiplicação $Y = 9 - 6 + 3$ resolvendo subtração e soma	**6**	(3 , 6)
2	$Y = 2^2 - 2 . 2 + 3$ resolve potência e a multiplicação $Y = 4 - 4 + 3$ resolvendo subtração e soma	**3**	(2 , 3)
1	$Y = 1^2 - 2 . 1 + 3$ resolve potência e a multiplicação $Y = 1 - 2 + 3$ resolvendo subtração e soma	**2**	(1 , 2)
0	$Y = 0^2 - 2 . 0 + 3$ resolve potência e a multiplicação $Y = 0 - 0 + 3$ resolvendo subtração e soma	**3**	(0, 3)
-1	$Y = (-1)^2 - 2 . (-1) + 3$ resolve potência e a multiplicação $Y = 1 + 2 + 3$ resolvendo a soma	**6**	(- 1 , 6)

Agora que temos os 5 pares ordenados, vamos localizar os pontos no plano cartesiano e depois unir os pontos formando uma parábola.



OBS: veja que o gráfico não corta o eixo x, isso acontece porque o DELTA da equação é negativo, sendo assim a equação não tem x’ e nem x’’.

- ✓ Construir o gráfico da função $f(x) = x^2 - 6x + 5 = 0$

1° passo é calcular o X vértice através da fórmula dada

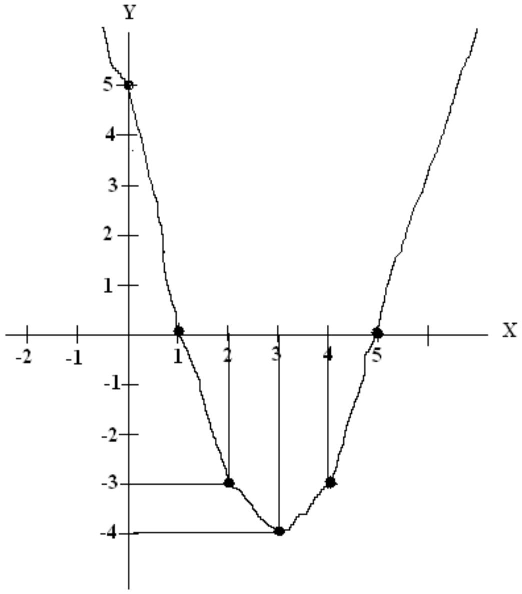
$X_v = -\frac{b}{2a}$ substitui valores de a e b

$X_v = -\frac{(-6)}{2.1}$ resolvendo a divisão **X_v é igual a 3**

Teremos que atribuir pelo menos 5 valores para X, o x vértice nos dar um direcionamento para escolher estes valores, PEGAMOS DOIS VALORES ACIMA DO X_V E DOIS VALORES ABAIXO DO X_V. Assim os valores são **5 , 4**, 3, **2, 1** .

X	$Y = x^2 - 6x + 5$ substitui x pelos valores dados	Y	Par ordenado
5	$Y = 5^2 - 6 . 5 + 5$ resolve potência e a multiplicação $Y = 25 - 30 + 5$ resolvendo subtração e soma	**0**	(5 , 0)
4	$Y = 4^2 - 6 . 4 + 5$ resolve potência e a multiplicação $Y = 16 - 24 + 5$ resolvendo subtração e soma	**- 3**	(4 , - 3)
3	$Y = 3^2 - 6 . 3 + 5$ resolve potência e a multiplicação $Y = 9 - 18 + 5$ resolvendo subtração e soma	**- 4**	(3 , - 4)
2	$Y = 2^2 - 6 . 2 + 5$ resolve potência e a multiplicação $Y = 4 - 12 + 5$ resolvendo subtração e soma	**- 3**	(2, - 3)
1	$Y = 1^2 - 6 . 1 + 5$ resolve potência e a multiplicação $Y = 1 - 6 + 5$ resolvendo subtração e soma	**0**	(1 , 0)

Agora que temos os 5 pares ordenados, vamos localizar os pontos no plano cartesiano e depois unir os pontos formando uma parábola.



ATENÇÃO: observe $f(x) = x^2 - 6x$ **+ 5** todo gráfico corta o eixo y no valor de C que é 5

- ✓ Construir o gráfico da função $f(x) = x^2 - 3x - 4$

1° passo é calcular o X vértice através da fórmula dada

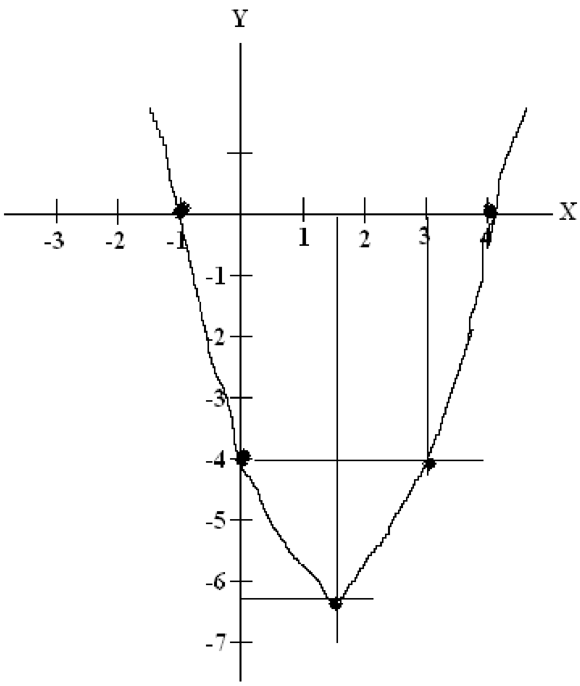
$X_v = -\frac{b}{2a}$ substitui valores de a e b

$X_v = -\frac{(-3)}{2.1}$ resolvendo a divisão **X_v é igual a 1,5**

Teremos que atribuir pelo menos 5 valores para X, o x vértice nos dar um direcionamento para escolher estes valores, PEGAMOS DOIS VALORES ACIMA DO X_V E DOIS VALORES ABAIXO DO X_V.

X	$Y = x^2 - 3x - 4$ substitui x pelos valores dados	Y	Par ordenado
4	$Y= 4^2 - 3 . 4 - 4$ resolve potência e a multiplicação $Y = 16 - 12 - 4$ resolvendo subtração e soma	**0**	(4 , 0)
3	$Y= 3^2 - 3 . 3 - 4$ resolve potência e a multiplicação $Y = 9 - 9 - 4$ resolvendo subtração e soma	**- 4**	(3 , - 4)
1,5	$Y= 1{,}5^2 - 3 . 1{,}5 - 4$ resolve potência e a multiplicação $Y = 2{,}25 - 4{,}5 - 4$ resolvendo subtração e soma	**- 6,25**	(**1,5** ,**-6,25**)
0	$Y= 0^2 - 3 . 0 - 4$ resolve potência e a multiplicação $Y = 0 - 0 - 4$ resolvendo subtração e soma	**- 4**	(0, - 4)
- 1	$Y= (- 1)^2 - 3 . (- 1) - 4$ resolve potência e a multiplicação $Y = 1 + 3 - 4$ resolvendo subtração e soma	**0**	(- 1 , 0)

Agora que temos os 5 pares ordenados, vamos localizar os pontos no plano cartesiano e depois unir os pontos formando uma parábola.



Veja x=1,5 está entre 1 e 2 e y = 6,25 depois do -6

ZEROS DA FUNÇÃO DO 2° GRAU

Calcular o zero da função quadrática é calcular o valor de x quando y for zero.

Para isso basta pegar a função e igualar a zero com isso teremos uma equação do 2° grau podendo ser completa ou incompleta.

- ✓ Calcular o zero da função $f(x) = x^2 + 3x + 2$

Pegamos a função e igualamos a zero

$x^2 + 3x + 2 = 0$ calcula o delta

$\Delta = b^2 - 4ac$ substitui valores de a=1, b=3 e c=2

$\Delta = 3^2 - 4.1.2$ resolve a potência e a multiplicação

$\Delta = 9 - 8$ resolve a subtração

$\Delta = 1$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ substituímos os valores

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2.1}$ resolve a raiz e a multiplicação

$x = \frac{-3 \pm 1}{2}$ fazendo x' e x'' temos

$x' = \frac{-3+1}{2}$ resolve o numerador

$x' = \frac{-2}{2}$ divide

x' = - 1

$x'' = \frac{-3-1}{2}$ resolve o numerador

$x'' = \frac{-4}{2}$ divide

x'' = - 2

Os zeros da função são - 1 e – 2 .

Calcular o zero da função nada mais é do que resolver uma equação do 2° grau, qualquer duvida volte ao conteúdo de equação do 2° grau.

ESTUDO DE SINAL DA FUNÇÃO DO 2° GRAU

È determinar valores de x para que se tenha:

y positivo, y > 0

y negativo, y < 0

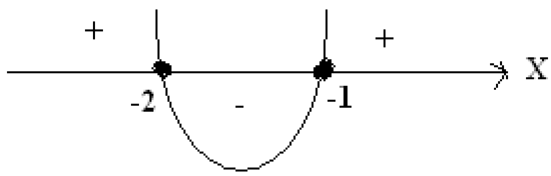
y nulo, y = 0

Para fazer o estudo de sinal é necessário calcular o zero da função para fazer um esboço do gráfico da função. É importante saber quer o gráfico corta o eixo x no zero da função.

- ✓ Fazer o estudo de sinal da função $f(x) = x^2 + 3x + 2$

Essa função já foi calculado os zeros no exemplo acima sendo **- 1 e – 2**

Traçamos o eixo x e marcamos os pontos correspondentes aos zeros da função,IMPORTANTE obedecer a ordem da reta numérica, depois traçamos uma parábola para isso devemos observar o valor de a na função se a> 0 a parábola será voltada para cima e se a < 0 a parábola será voltada para baixo.



y será positivo (y > 0) se x for maior que -1 **(x > - 1)** ou se x for menor que – 2 **(x < -2)**

y será negativo (y < 0) se x for menor que -1 e maior que -2 (- 2 < x < - 1)

y será nulo (y = 0) se x = - 2 ou x = - 1

- ✓ Fazer o estudo de sinal da função $f(x) = - x^2 + 4x – 3$

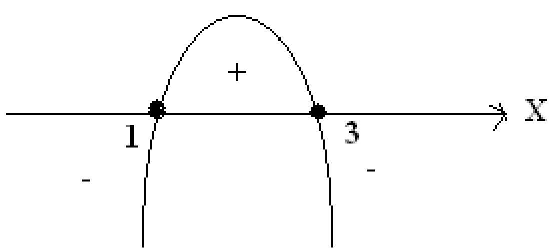
Para calcular o zero da função pegamos a função e igualamos a zero

$- x^2 + 4x – 3 = 0$ equação negativa multiplicamos por (-)

$x^2 - 4x + 3 = 0$ resolvendo a equação teremos

$\Delta = 4$ e $x' = 3$ e $x'' = 1$

Traçamos o eixo x e marcamos os pontos correspondentes aos zeros da função,IMPORTANTE obedecer a ordem da reta numérica, depois traçamos uma parábola que será voltada para baixo, pois a< 0 .



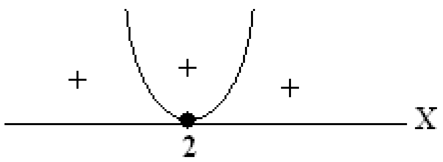
y será positivo (y > 0) se x for menor que 3 e maior que 1 (1 < x < 3)

y será negativo (y < 0) se x for maior que 3 **(x > 3)** ou se x for menor que 1 **(x < 1)**
y será nulo (y = 0) se x = 1 ou x = 3

- ✓ Fazer o estudo de sinal da função $f(x) = x^2 - 4x + 4$

Calculando o zero da função, como $\Delta = 0$ teremos x'=x''=2

Como só tem valor de 2 o gráfico só toca o eixo y em um ponto, como a > 0 parábola para cima.



y será positivo (y > 0), para qualquer $x \neq 2$

y será negativo (y < 0), não existe x real

y será nulo (y = 0), para x = 2

- ✓ Fazer o estudo de sinal da função $f(x) = -2x^2 - 4x - 2$

Calculando o zero da função, como $\Delta = 0$ teremos x'=x''= - 2

Como só tem valor de - 2 o gráfico só toca o eixo y em um ponto

y será positivo (y > 0), não existe x real

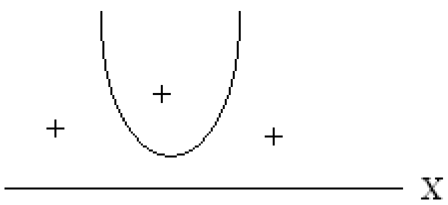
y será negativo (y < 0), para qualquer $x \neq -2$

y será nulo (y = 0), para x = -2

- ✓ Fazer o estudo de sinal da função $f(x) = x^2 - 2x + 3$

Calculando o zero da função, como $\Delta = -8$, NÃO teremos x'nem x''

Como não tem raiz o gráfico não toca o eixo x e a parábola é voltada para cima a> 0.



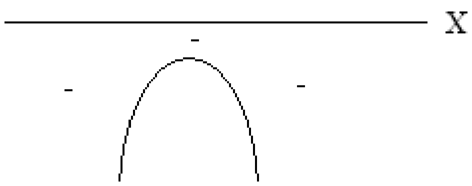
y será positivo (y > 0), para qualquer x real y será negativo (y < 0), não existe x real

y será nulo (y = 0), não existe x real

- ✓ Fazer o estudo de sinal da função f(x) = $- x^2 - 2x - 5$

Calculando o zero da função, como Δ = - 16, NÃO teremos x'nem x''

Como não tem raiz o gráfico não toca o eixo x e a parábola é voltada para baixo a< 0 .



y será positivo (y > 0), não existe x real

y será negativo (y < 0), para qualquer x real

y será nulo (y = 0), não existe x real